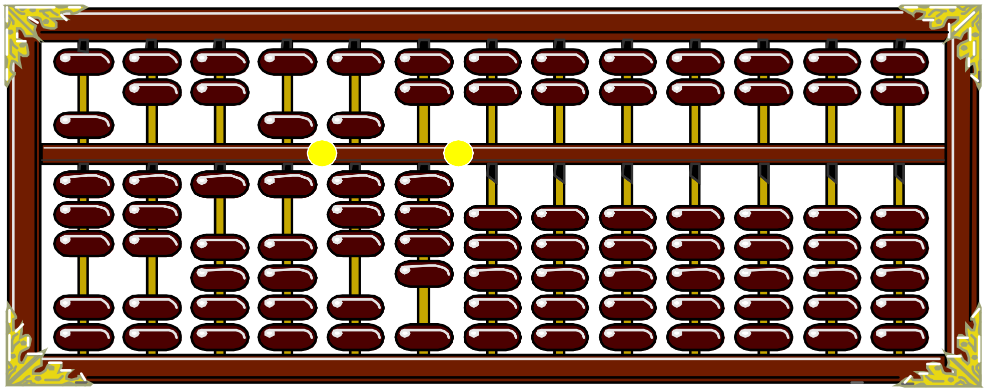
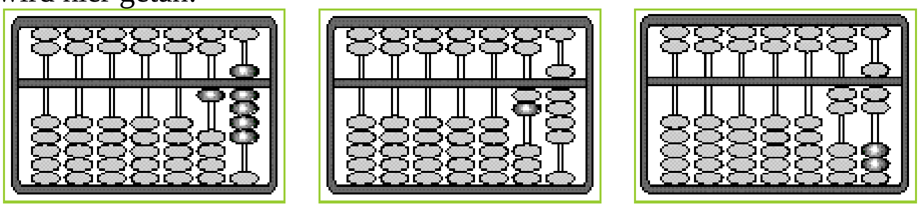
Rechnen mit dem Abakus

Der **Abakus**, wie er heute noch eingesetzt wird, ist ein **Rechenbrett mit Kugeln**, meist Holz- oder Glasperlen. In der Antike wurden Münzen oder Steine, sogenannte Rechensteine verwendet. Das Wort Abakus kommt vom lateinischen Wort *abacus* beziehungsweise vom griechischen *ábax* und bedeutet Tafel, Tablett, Tisch. Mit einem Abakus sind die Grundrechenarten **Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division** durchführbar, aber auch das Ziehen von Quadrat- und Kubikwurzeln.



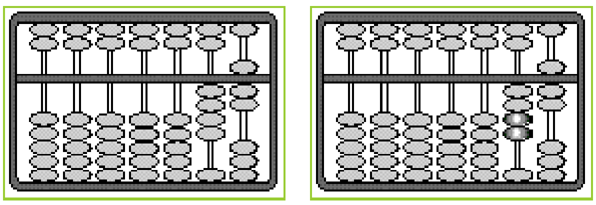
Addition

Die Addition ist die einfachste Rechenoperation auf dem Abakus. Die Zahlen werden einfach nacheinander in den Abakus eingegeben, das Ergebnis kann direkt abgelesen werden. Gesucht sei die Lösung der Aufgabe 19 + 28 = ?. Zuerst wird die 19 in den Abakus eingegeben, d.h. eine einwertige Kugel in der Zehnerspalte, eine fünf-wertige und vier ein-wertige in der Einerspalte werden zum Mittelbalken bewegt. Will man jetzt dazu die 28 addieren, fängt man (wie übrigens immer,) rechts an. Da man in der Einerspalte jetzt aber keine 8 mehr dazuaddieren kann, weil die Kugeln schon für die 9 der 19 gebraucht werden, wird zur obengenannten Hilfskonstruktion gegriffen. Da "8 = 10 - 2" kann man statt 8 zu 19 zu addieren genauso gut 10 dazuaddieren, vorausgesetzt man zieht hinterher wieder 2 ab. Genau das wird hier getan:



19 + 10 - 2 (= 27)

Um die 2 von der jetzt entstandenen 29 wieder abzuziehen, werden zwei einwertige Kugeln in der Einerspalte wieder vom Mittelbalken nach unten geschoben. Dadurch ist nun die 8 der 28 zur 19 addiert worden. Jetzt muss nur noch die 20 zur inzwischen entstandenen 27 addiert werden. Das geschieht durch das Verschieben zweier einwertiger Kugeln in der Zehnerspalte hin zum Mittelbalken.



+ 20 = 47

Als Ergebnis der Rechnung 19 + 28 kann man nun die 47 ablesen

Subtraktion

Die Subtraktion stellt für jemanden, der die Addition auf dem Abakus beherrscht, kein Problem dar. Die Vorgehensweise wird nur umgekehrt. Aus Platzgründen soll hier nur auf einfache Subtraktionsprobleme eingegangen werden, bei denen der Minuend größer als der Subtrahend ist, also keine negativen Ergebnisse entstehen können. Als erstes Beispiel sei 26 von 43 abzuziehen. Dazu wird zuerst die 43 in den Abakus eingegeben. Um die sechs von der drei abzuziehen (es wird wieder von rechts angefangen), muss man wieder zu einer Hilfskonstuktion greifen. Da 6 = 10 - 4 ist die Subtraktion von 6 dasselbe wie die Subtraktion von 10 mit einer darauffolgenden Addition von 4. Die vier lässt sich in diesem Fall aber auch nicht einfach addieren, da in der Einerspalte keine vier Kugeln zum Addieren übrig sind. Dieses Problem lässt sich wie die oben angeführten durch die Addition von 5 und der Subtraktion einer 1 lösen.

Mit Hilfe dieses Umwegs und einer darauffolgenden Subtraktion der übrigen 20 (zwei Kugeln in der Zehnerspalte vom Mittelbalken nach unten bewegen) kommt man auf 17, das korrekte Ergebnis. Im zweiten Beispiel soll 5 von 11.000 abgezogen werden. Hierbei besteht das Problem im Nichtvorhandensein einer Zahl in der Einerspalte, von der die 5 subtrahiert werden kann. Hier hilft aber der suan pan mit seiner "Überbesetzung" der Spalten. Die Eins in der Tausender-Spalte lässt sich auch durch eine Zehn in der Hunderter-Spalte ausdrücken. Wenn man nun in der Hunderter-Spalte eine der Kugeln abzieht, dafür aber in der Zehner-Spalte zehn Kugeln setzt, dort nun wieder eine Kugel abzieht und dafür zehn in der Einer-Spalte setzt, hat man, ohne etwas am Minuenden zu verändern, gewissermaßen Kugeln in die Einer-Spalte "transportiert". Nun stellt die Subtraktion von 5 von den dort vorhandenen 10 kein Problem mehr dar.

Multiplikation

Als schwieriges Beispiel sei die Aufgabe gestellt, 185 mit 96 zu multiplizieren. Die Vorgehensweise bleibt identisch zu obengenanntem Beispiel: Zuerst wird die 185 ganz links, dann die 96 mit einer Spalte Trennung eingegeben.
Nun wird die 5 der 185 mit der 6 der 96 multipliziert, ergibt 30, die ganz rechts eingegeben wird. Im Folgenden wird ebenso verfahren: Die 8 wird mit der 6 multipliziert, die entstehende 48 wird eine Spalte weiter links addiert. Aus Kugelmangel muss hier wieder 50 addiert und 2 abgezogen werden. Gleichermaßen wird die 1 mit der 6 multipliziert, die entstehenden 6 werden zur bereits vorhandenen 5 der vorher entstandenen 48 (50 - 2) addiert. Die so ablesbaren 1.110 sind das Ergebnis der Multiplikation 185 x 6.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird jetzt die bereits behandelte 6 der 96 wieder entfernt, dadurch gewinnt man Platz für das Ergebnis und stellt sicher, dass die 6 nicht versehentlich noch irgendwo in die Rechnung "hineinrutscht" und zu einem falschen Resultat führt.

Mit der verbleibenden 9 der 96 wird nun ebenso verfahren wie vorher, das Produkt wird aber eine Spalte weiter links eingegeben. Also: 5 x 9 ergibt 45, 8 x 9 ergibt 72, 1 x 9 gibt 9.

Für die Addition der letzten 9 zu der 7 der 72 wird wieder 10 addiert und 1 abgezogen. Jetzt wird deutlich, warum es vorher besser war, die 6 zu entfernen: Sie wäre sonst mit dem Produkt "zusammengewachsen". So kann das Produkt problemlos abgelesen werden: 17.760.

Das Multiplizieren mit dem Abakus ist sehr ähnlich wie das schriftliche Multiplizieren nach der „Schulmethode“.
Die schriftliche Multiplikation („Schulmethode“) tut das so:

```
    8 3 1 6   *   8 4
    -----------------
  3 3 2 6 4
6 6 5 2 8
-----------
6 9 8 5 4 4
===========
```

Mit dem Abakus geht das sehr ähnlich. Zuerst musst Du **die Zahlen** auf dem Abakus **„eingeben“**
Eine Methode ist:

1. Gib die **längere Zahl** linksbündig auf dem Abakus ein. *In diesem Beispiel 8’316.*
2. Markiere das Ende der Zahl mit einem Punkt
3. Gib die **kürzere Zahl** gerade anschliessend ein. *In diesem Beispiel 84.*
4. Markiere auch dieses Ende der Zahl mit einem Punkt

Nun sieht Dein Abakus so aus:

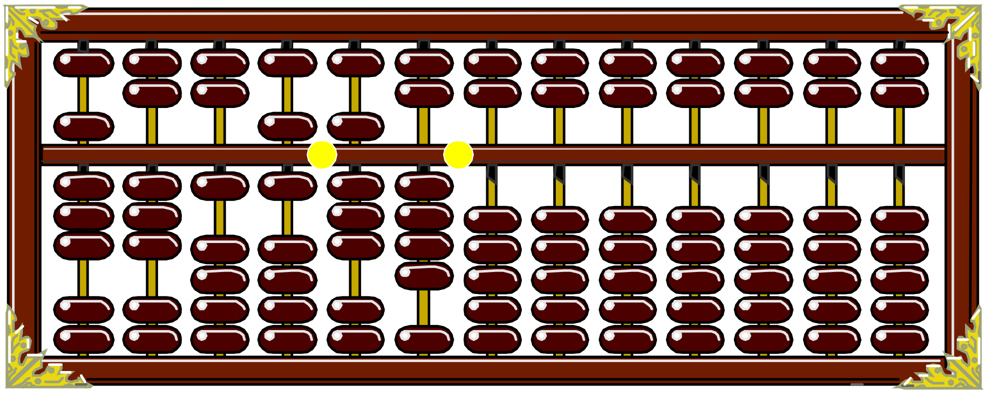


Abbildung 5: Der Abakus bereit zur Multiplikation von 84 * 8’316

Nun kannst Du die Zahlen miteinander **multiplizieren**:

Zuerst die hinterste Stelle der Zahl rechts (*die 4 von 84)* mal die Zahl links (*8’316).* Dabei gehst Du gleich vor wie beim schriftlichen Multiplizieren: Eine Stelle nach der Anderen:

Noch zwei Hinweise, bevor Du beginnst:

Das **Resultat** erhältst Du am Schluss **ganz rechts** auf dem Abakus. Es wir Schritt für Schritt zusammengestellt.

Das **Hinzuzählen** von Zwischenresultaten musst Du nicht im Kopf machen. Wenn Du 3 hinzuzählen musst, dann schiebe einfach 3 zusätzliche Kugeln hinzu!

Jetzt kannst Du loslegen! Mache die folgenden Schritte gleich mit! Zuerst multiplizierst Du *8’316* mit der hintersten Stelle der rechten Zahl (*4* von *84*):

1. Du beginnst mit der Stelle **ganz rechts**. Also bei der Zahl *8’316* mit der *6*. Lege dort den Finger der linken Hand hin. So weisst Du immer bei welcher Stelle Du gerade bist.
   Die *4* von *84* mal die *6* von *8’316*: *4*6*= **24**. Du stellst ganz rechts auf dem Abakus die Zahl **24** ein. Jetzt steht **24** auf dem Abakus.
2. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der *8’316* bist Du nun bei der *1* (Finger hinlegen), im Resultat bei der zweithintersten Stelle von **24**, der **2**.
   Die *4* von *84* mal die *1* von *8’316*: *4*1*= **4**. Du zählst zur zweithintersten Stelle im

Resultat **4** dazu. (Eine 5er Kugel nach unten, eine 1er Kugel nach unten schieben). Jetzt steht **64** auf dem Abakus.

3. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der *8'316* bist Du nun bei der *3* (Finger hinlegen), im Resultat bei der dritthintersten Stelle von **64**, einer **0**.
   Die *4* von *84* mal die *3* von *8'316*: *4***3*= **12**. Du zählst zur dritthintersten Stelle im Resultat **12** dazu. Jetzt steht **1'264** auf dem Abakus.

4. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der *8'316* bist Du nun bei der *8* (Finger hinlegen), im Resultat bei der vierthintersten Stelle von **1'264**, der **1**.
   Die *4* von *84* mal die *8* von *8'316*: *4***8*= **32**. Du zählst zur vierthintersten Stelle im Resultat **32** dazu. Jetzt steht **33'264** auf dem Abakus.

33'264 ist das Zwischenresultat von *4 * 8'316*. Nun musst Du noch *80 * 8'316* hinzuzählen
Die *4* von *84* brauchst Du nicht mehr. Den Platz kannst Du für das Resultat brauchen. Dies ist hier noch nicht wichtig, aber wenn Du **grössere Zahlen** miteinander multiplizierst, kann es sein, dass Du diesen Platz brauchst.
Dein Abakus sollte nun so aussehen wie in Abbildung 6.

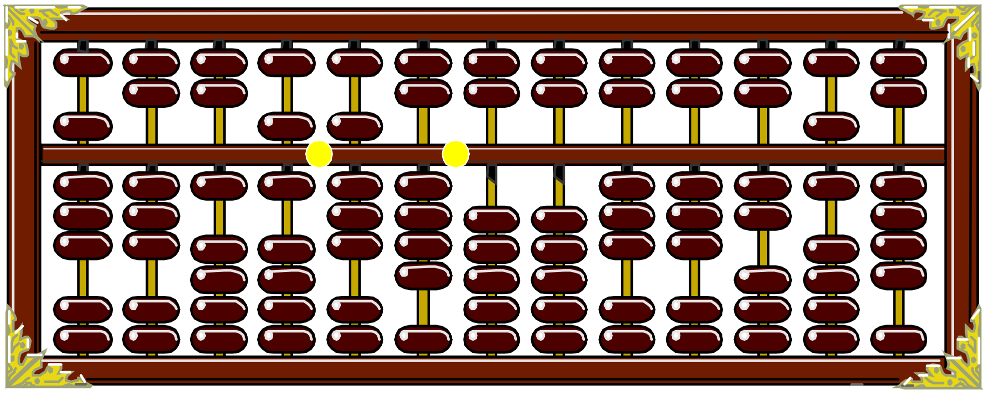


Abbildung 6: Nach der Rechnung 84 * 8'316

Das Hinzuzählen von *80 * 8'316* ist ganz einfach. Du beginnst im bisherigen Resultat (**33'264**) bei der zweithintersten Stelle und zählst *8 * 8'316* hinzu. Das ist genau gleich wie beim schriftlichen Multiplizieren.
Du multiplizierst nun also *8'316* mit der zweithintersten Stelle der rechten Zahl (*8* von *84*):

1. Du beginnst mit der Stelle **ganz rechts**. Also bei der Zahl *8'316* mit der *6*.(Finger hinlegen), im Resultat bei der **zweit**hintersten Stelle.
   Die *8* von *84* mal die *6* von *8'316*: *8***6*= **48**. Du zählst zur zweithintersten Stelle im Resultat **48** dazu. Dazu sind jetzt mehrere Schritte nötig:
   48 hinzuzählen = 50 hinzuzählen und 2 abziehen:
   50 hinzuzählen (eine 5er Kugel in der dritthintersten Stelle nach unten)
   2 abziehen (5er Kugel nach oben = -5, drei 1er Kugeln nach oben= +3)
   Jetzt steht **33'744** auf dem Abakus.

2. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der *8'316* bist Du nun bei der *1* (Finger hinlegen), im Resultat bei der dritthintersten Stelle von **33'744**, der **7**.
   Die *8* von *84* mal die *1* von *8'316*: *8***1*= **8**. Du zählst zur dritthintersten Stelle im Resultat **8** dazu. (8 hinzuzählen= +10-2)
   Jetzt steht **34'544** auf dem Abakus.

3. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der *8'316* bist Du nun bei der *3* (Finger hinlegen), im Resultat bei der vierthintersten Stelle von **34'544**, der **4**.
   Die 8 von *84* mal die *3* von *8'316*: 8**3*= **24**. Du zählst zur vierthintersten Stelle im Resultat **24** dazu (4 hinzuzählen= +5-1; 20 hinzuzählen= +5-3)
   Jetzt steht **58'544** auf dem Abakus.

4. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der *8’316* bist Du nun bei der *8* (Finger hinlegen), im Resultat bei der fünfthintersten Stelle von **58’544**, der **5**.
   Die *8* von *84* mal die *8* von *8’316*: *8***8*= **64**. Du zählst zur fünfthintersten Stelle im Resultat **64** dazu. Jetzt steht **698’544** auf dem Abakus.

Damit hast Du nun das **Resultat: 698’544**. Vergleiche es mit dem Resultat der schriftlichen Multiplikation ganz am Anfang des Kapitels *Rechnen mit dem Abakus*!

Division

Die Division erfolgt auf dem Abakus analog zur Multiplikation. Divisor und Dividend werden in dieser Reihenfolge von links mit einer Spalte Abstand in den Abakus eingegeben. Der Quotient entsteht ganz rechts, wobei seine Größe abgeschätzt werden muss, da er von links nach rechts entsteht. Eventuelle Fehlschätzungen lassen sich aber leicht durch Verschieben der bereits entstandenen Stellen des Quotienten korrigieren. (In der Regel dürfte eine eventuelle Verschiebung nur nach links erfolgen, wenn nämlich zuwenig Stellen für den Quotienten vorhanden sind. Eine Verschiebung hin zum rechten Rand hätte rein ästhetische Gründe). Als erstes Beispiel sei 156 durch 13 zu dividieren. Es wird also zuerst der Divisor (die 13) und dann der Dividend (156) in den Abakus eingegeben. Wie bei unserer Methode der schriftlichen Division wird nun der Dividend von links nach rechts angegangen. Da sich die führende 1 nicht durch 13 teilen lässt, wird die nächste Stelle (die 5) noch dazugenommen. Jetzt lässt sich die entstandene 15 durch 13 teilen, Ergebnis 1. Da eine dreistellige Zahl durch eine zweistellige geteilt wird, kann, sofern ein ganzzahliges Ergebnis entsteht, eine zweistelliger Quotient erwartet werden. Die eins wird also in der vorletzten Spalte eingetragen, die letzte wird für die zweite Ziffer freigehalten. Nun wird der Quotient mit dem Divisor multipliziert, das Ergebnis wird vom Dividend von vorne her abgezogen.

1 x 13 gibt 13, diese 13 wird nun von der 15 der 156 abgezogen, bleibt die 2, insgesamt 26.

Die 26 wird nun wieder durch 13 geteilt, das Ergebnis 2 wird in die letzte Spalte eingetragen. Nun wird zur Kontrolle wieder die Multiplikation durchgeführt, 2 x 13 = 26, die 26 wird vom Dividend abgezogen, Ergebnis 0.

Der Dividend ist nun komplett verschwunden, als Ergebnis der Division steht die 12 in den letzten beiden Spalten. Bei dem obengenannten Beispiel musste der Divisor für die nach jeder Division folgenden Multiplikation nicht aufgeteilt werden, da nur die Frage nach 1 x 13 bzw. 2 x 13 gestellt war. Wenn der Divisor jedoch groß ist oder mit einer Zahl größer als zwei oder drei multipliziert werden muss, muss er stückweise multipliziert werden.